

# アナログ計算機による地下水の流れの研究\*

国士館大学教養部自然科学研究室 山崎良雄

(昭和53年10月25日受理)

## Analysis of Groundwater Flow by Analog Computer

Yoshio Yamazaki

Department of Natural Science, College of General Education, Kokushikan University

### Abstract

The advantages of the analog computer lie in their simplicities, lower production costs and in simpler preparation of problems. The author constructed an analog computer for the Tetori river Fan region, Ishikawa prefecture. Analog models for two-dimensional and three-dimensional flow were constructed. The electric analog simulation with a pumping period of one year was computed. Water-level declines obtained with the electric analog computer were compared with actual water-level declines. Differences in individual drawdowns at observation points on analog computer and actual water-level declines were small. Electric analog computer is useful for the analytic problems of groundwater and nappes thermales.

### 1. 自然界のアナログ量とデジタル量

アナログ量とは、継時的に連続した諸量であり、デジタル量とは、10進法や2進法などの数字で示されるような微小時間に依りて不連続的に変化する量である。自然界に存在するものは、長さ、水流、時間などアナログ量的に把握できるものも多い。

地下水や層状泉の揚水量に対する水位降下量は時間的に連続して変化する典型的なアナログ量であろう。本研究は、地下水や層状泉の解析に関してアナログ計算機が有効に利用できることを示したものである。

### 2. 地下水の流れを再現させる方法

地下水の動きを研究するための種々の方法が電子計算機を利用するようになる以前から考案されてきた。張力を与えたゴム膜の一点を押してゴム膜の変形と地下水面を対応させる方法<sup>1)</sup>や多孔体中に液体を流して実際のようなすを推測する方法等は模型実験と同一線上に論じられる方法である。電解質溶液によって湿り気を与えられた紙上でのイオンの電気的な動きを利用して揚水時における影響圏を色によって求める方法や電気的な類似性を利用した電気的なアナログモデル<sup>2)</sup>等の方法は電気的な現象と地下水の流れとの関係に着目した方法である。

近年、電子計算機が多方面にわたって利用されている。アナログ計算機が、そして続いてデジタル計算機が出現し、地下水の解析にも利用されることが多くなった<sup>3)</sup>電子計算機を地下水の解

\* 第31回日本温泉科学会にて講演

杵に利用する際の問題を次にのべる。

### 3. 地下水解析のための電子計算機

一般的に電子計算機と言えば、それはデジタル計算機のことをさす。アナログ計算機で可能な計算は原則的にデジタル計算機で可能である。アナログ計算機とデジタル計算機との差異は次のようである。

(アナログ計算機)

1. 計算速度大。
2. 入力は連続的。
3. 構造が単純で操作が容易。
4. 部品の精度が全体の精度を左右する。
5. 記憶容量が小さく、論理演算や大規模演算には不適。

(デジタル計算機)

1. データ処理能力が高い。
2. 入力は数字で扱われる。
3. 記憶能力が大きく、論理演算や大規模演算に適する。

上記のように、論理計算はデジタル計算機の方がまさっているが、地下水の計算問題はアナログ計算機の精度で十分な場合が多い。そして、問題によっては、アナログ計算機はデジタル計算機以上の速さで計算が可能であり、境界条件の複雑な問題に対しては有効である<sup>4)</sup>。

微分方程式でシステムの状態を記述できるダイナミックな系をシミュレーションする場合は、アナログ計算機のほうが有利な場合が多い。そこで筆者は、地下水の流れを考察するためのアナログ計算機を製作した。

### 4. アナログ計算機の構成

地下水や層状泉のようなシステムをシミュレーションするためのアナログ計算機システムは、オシロスコープによって水位変化を視覚的に確認できるので、模型実験の要素が強い事とあわせてシステムの動態を把握しやすい。すなわち、実際のシステムを容易にアナログボード上に再現できる。

筆者が地下水の流れをシミュレーションしたアナログ計算機の構成を図1に示す。

安定電源(1)は、パルスジェネレーター(2)と高出力装置(3)に電圧変動の少ない電源電圧を供給する。パルスジェネレーター(2)は計算時間に応じたパルスが発生させる。高出力装置(3)はパルス電流を増巾し、増巾されたパルス電流はファンクションチェンジャー(4)を経てアナログモデル(5)にパルス電流を供給する。オシロスコープ(6)はファンクションチェンジャー(4)の切り換えにより供給パルス又はアナログモデル上の任意の地点のパルスを観測する。同期信号がパルスジェネレーター(2)からオシロスコープ(6)に伝えられ、オシロスコープのトリガーを確実に作動させる。

図2は筆者の製作したパルスジェネレーターの配線図であり、図3は同じく高出力装置の配線図である。両装置は、トランジスタや集積回路を使用して小型・軽量化してある。

安定電源(1)、パルスジェネレーター(2)、高出力装置(3)そしてファンクションチェンジャー(4)は、図4に示すように、アルミフレームで一体となるように構成してあり、運搬に便利である。従ってこれらの装置と小型のオシロスコープを調査地に運搬すれば、アナログシミュレーションが現

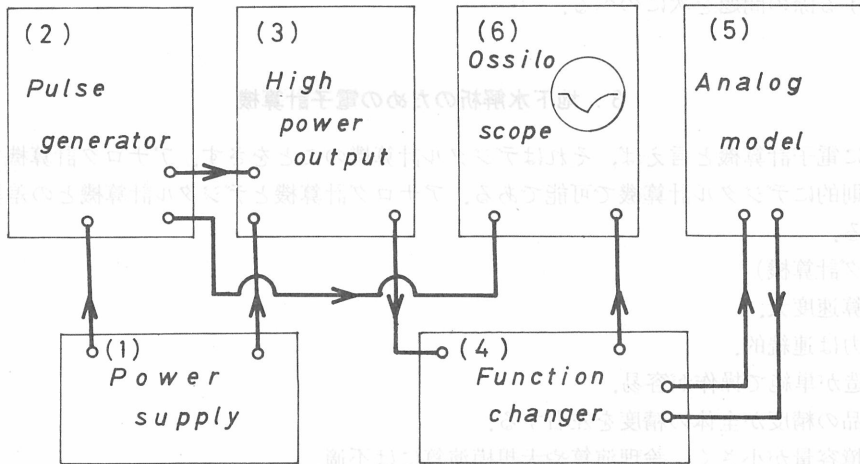


図1. アナログ計算機の構成概略図。

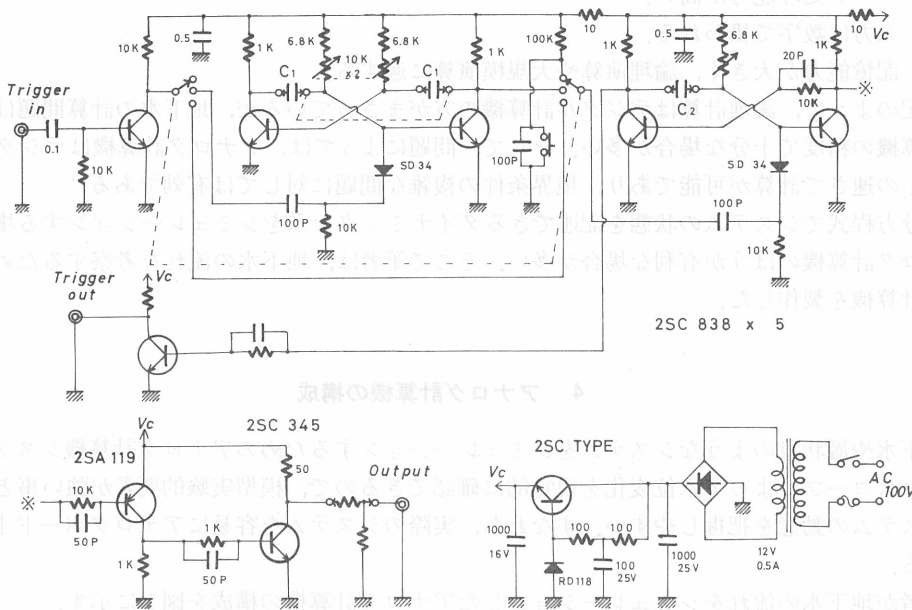


図2. パルスジェネレーターの配線図。

地で実際の揚水試験に対応して実施可能である。

アナログモデル(6)は二次元、三次元的に自由にモデルを組むことが可能であるが、筆者は二次元モデルで実際の揚水試験の結果と対応させた。そして二次元的アナログシミュレーションが実際の状態と対応するのを確認した後に、筆者は三次元的アナログモデルによってシミュレーションを実施した。アナログモデル及びシミュレーションの実際を次に示す。

### 5. アナログモデルについて

アナログ計算機による地下水や層状泉のシミュレーションは、地層中における地下水の流れが電気回路における電流と同じふるまいをすることから、R-C回路上に流されたパルス波を観測

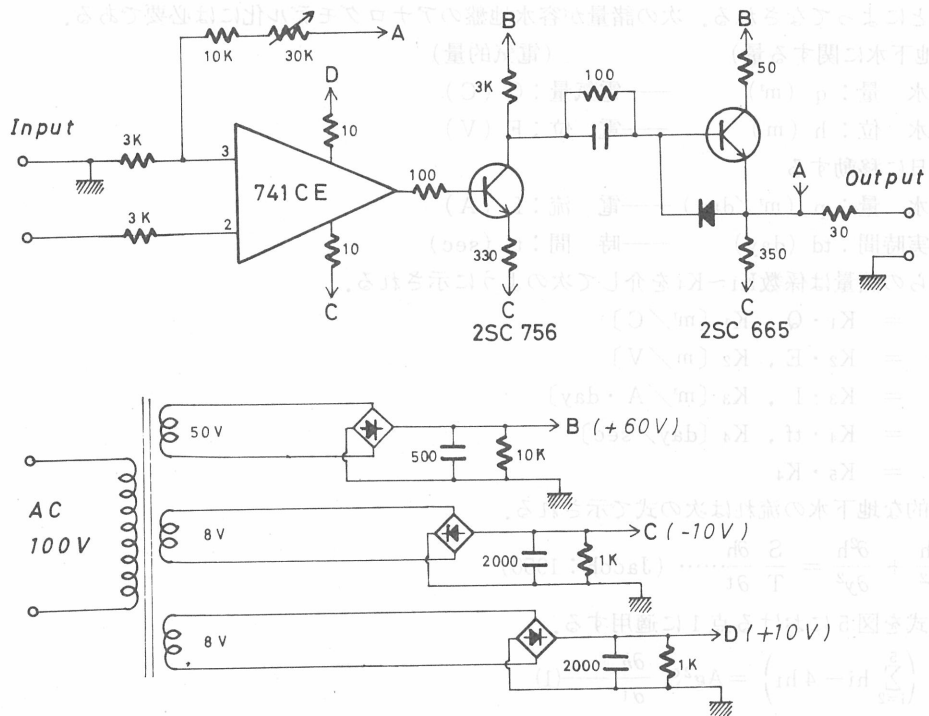


図3. 高出力装置の配線図。

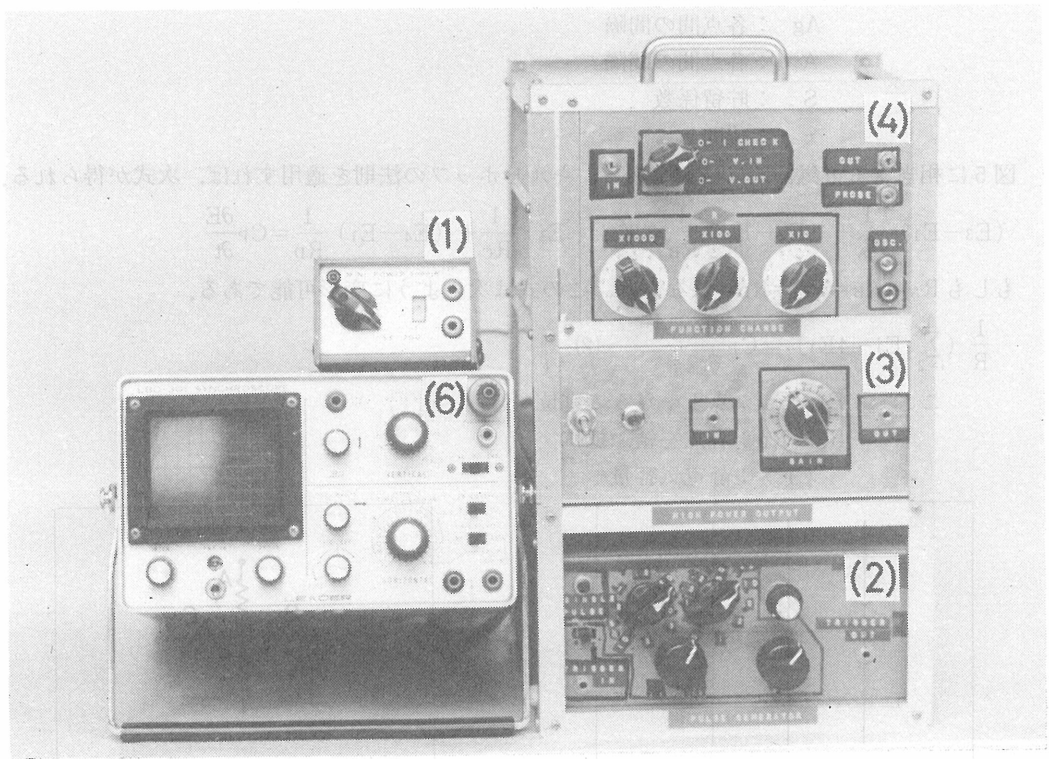


図4. アナログ計算機の構成。

することによってなされる。次の諸量が容水地盤のアナログモデル化には必要である。

(地下水に関する量) (電気的量)

水量:  $q$  (m<sup>3</sup>) — 電気量:  $Q$  (C)

水位:  $h$  (m) — 電位:  $E$  (V)

1日に移動する

水量:  $p$  (m<sup>3</sup>/day) — 電流:  $I$  (A)

実時間:  $td$  (day) — 時間:  $tf$  (sec)

これらの諸量は係数 $K_1 \sim K_4$ を介して次のように示される。

$$q = K_1 \cdot Q, K_1 [m^3/C]$$

$$h = K_2 \cdot E, K_2 [m/V]$$

$$p = K_3 \cdot I, K_3 [m^3/A \cdot day]$$

$$td = K_4 \cdot tf, K_4 [day/sec]$$

$$K_1 = K_5 \cdot K_4$$

平面的な地下水の流れは次の式で示される。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots (\text{Jacob: 1950})$$

この式を図5における点1に適用する。

$$T \left( \sum_{i=2}^5 h_i - 4h_1 \right) = Ag^2 S \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots (1)$$

ここで  $h_1 \sim h_5$ : 点1~点5の水頭

$T$ : 透水量係数

$Ag$ : 各点間の間隔

$A$ : 各点間の面積

$S$ : 貯留係数

$t$ : 時間

図5に相当する電気回路は図6である。キルヒホッフの法則を適用すれば、次式が得られる。

$$(E_3 - E_1) \frac{1}{R_A} + (E_2 - E_1) \frac{1}{R_B} + (E_5 - E_1) \frac{1}{R_C} + (E_4 - E_1) \frac{1}{R_D} = C_P \frac{\partial E}{\partial t}$$

もしも  $R_A = R_B = R_C = R_D = R$  ならば、この式は次のように変形可能である。

$$\frac{1}{R} \left( \sum_{i=2}^5 E_i - 4E_1 \right) = C_P \frac{\partial E}{\partial t} \dots\dots (2)$$

ここで  $E_1 \sim E_5$ : 点1~点5の電位

$R_A \sim R_D$ : 各点を結ぶ抵抗

$C_P$ : 静電気容量

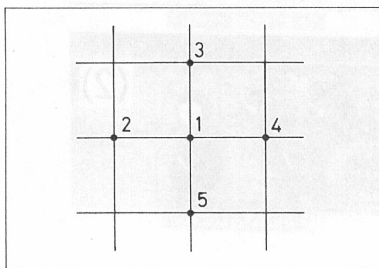


図5. 格子網, 各格子間の距離は  $Ag$ 。

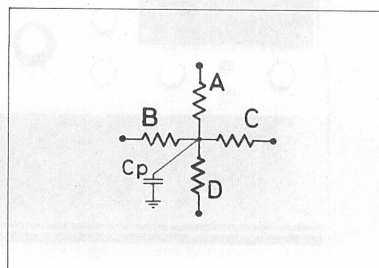


図6. 電気回路網, 前図の格子網に対応する。

時間  
 従って、(1)式と(2)式でわかるように、容水地盤をアナログモデル上に再現させることが可能であり、立体的構造でも同様である。

### 6. アナログシミュレーションの方針

筆者は、前述の装置により、実際の揚水試験に対応するアナログシミュレーションを実行した。以下、その方針を示す。

- ① 最初のアナログモデルは平面的なものとし、時間軸を含めて三次元とする。
- ② 最初のシミュレーションの時間は、実際に行なわれた揚水試験の時間とほぼ一致させる。シミュレーションの結果と実際の揚水試験の結果がよく対応するようであれば、さらにシミュレーションの時間を延長する。
- ③ 平面的アナログモデルで方法を確立した後、立体的アナログモデルがシミュレーションに使用される。

アナログシミュレーションを実行した場所は、多くのボーリング資料があつて揚水試験のデータも豊富な石川県手取川扇状地である<sup>5),6),7)</sup>シミュレーションを実行した地域を図7に示し、扇状地の地質概略をのべる。

〔手取川扇状地の滞水層〕

手取川扇状地の容水地盤は、上位から、第1・第2・第3の3つの滞水層に分けられる。これらの滞水層の特徴を次に示す。

第1滞水層：上部扇状地砂礫層で、層厚10~20m。未固結で空隙の多い破礫から成り、下位の層と比較すると相対的に比抵抗値が高い。透水係数は約  $1 \sim 5 \times 10^{-3}$  (m/sec) で、空隙率は10~20%である。

第2滞水層：下部扇状地砂礫層で、層厚30~50m。第1滞水層よりも粘土質で固結度がやや大きい。透水係数のオーダーは平均的に  $10^{-4}$  (m/sec) で、空隙率は5%以上で平均的に10%よりやや大きい。

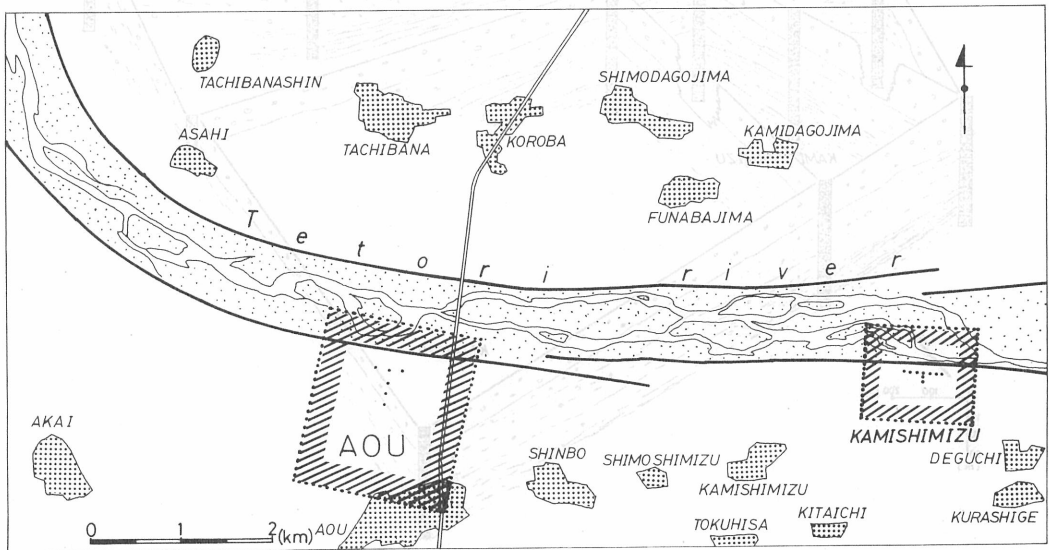


図7. 調査地域略図。

第3滞水層：扇状地砂礫層の下位にくる卯辰山層相当層で、扇状地下70~150mの深さにある。粘土質の砂礫から成り、固結度もやや大きくなる。第3滞水層全体を表現する確実な透水係数や空隙率の数字はない。

7. 上清水地域のシミュレーション

石川県は、手取川沿いの地域における揚水による地下水位変動を調べるための調査を実施した。井戸の配置は図8のように1本の揚水井を中心にしてT字型に観測井を配置している。その時の

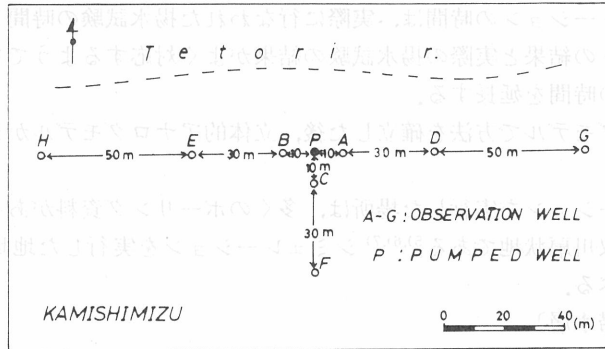


図8. 上清水地域調査井配置図。

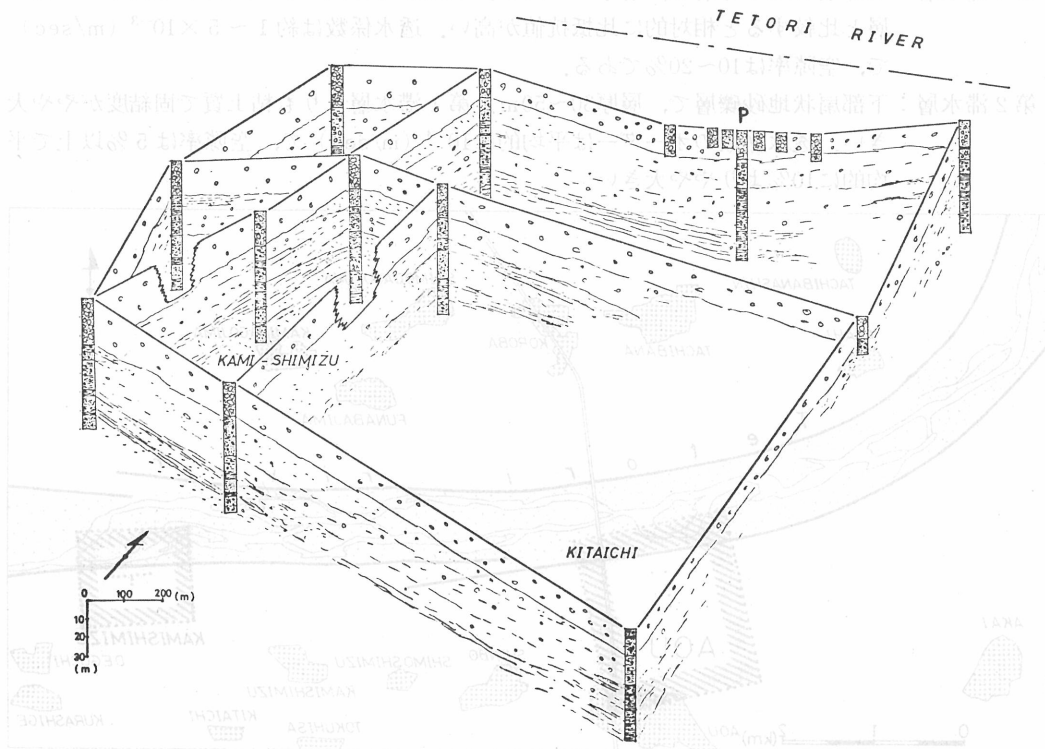


図9. 上清水地域地質ダイアグラム。

揚水量は8900 (ton/day) で、揚水時間は24時間であった。揚水井は深さ70mで、周囲を囲む観測井は深さ10~15mである。上清水付近の地質ダイアグラムを図9に示す。揚水試験から求められた透水係数は  $2 \times 10^{-3}$  (m/sec)、空隙率は約  $7 \times 10^{-2}$  (%) であった。

上清水地域のアナログモデルは、10m四方のメッシュで区切られた平面モデルである。モデル化する際の係数は、 $K_1 = 3.3 \times 10^4$  (m<sup>3</sup>/C)、 $K_2 = 1.0$  (m/V)、 $K_3 = 2.4 \times 10^4$  (m<sup>3</sup>/A·day)、 $K_4 = 1.4$  (day/sec) とした。

シミュレーションは2段階に分けた。第1段階は揚水試験に伴う地下水位降下曲線をアナログ計算機で再現させる。これは、アナログボードを現実に適合するものに修正する目的をはたす。図10は、実際の地下水位降下曲線とアナログシミュレーションによるものを比較した図である。揚水開始後約30分間のシミュレーションは、現実の地下水位降下を良く再現している。

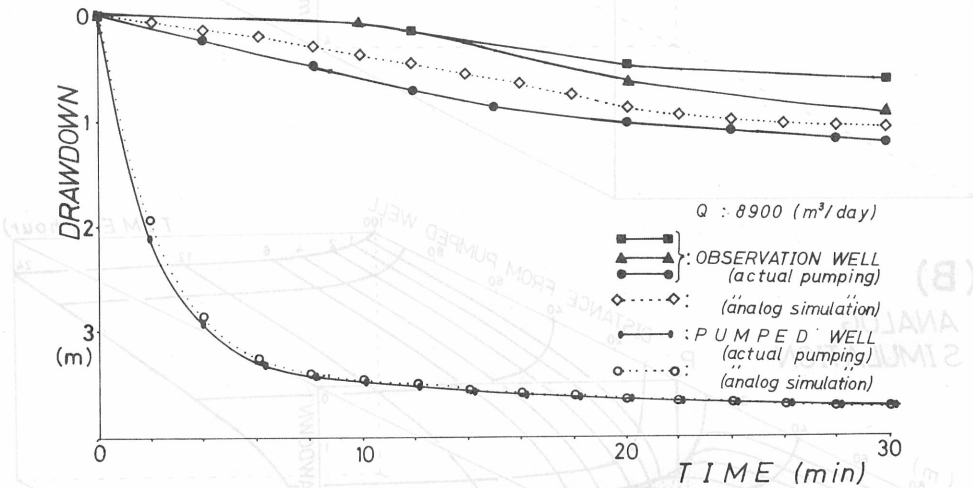


図10. 揚水による地下水位低下量とアナログシミュレーションによる計算値との比較、揚水量8900 (m<sup>3</sup>/day)。

第2段階は、揚水時間を24時間に延長し、時間的な地下水位降下を空間的にトレースする作業である。図11のAは、揚水井0を中心にして左右に観測井群を従えたシステムにおける地下水位を時間軸t方向に展開したものである。図11のBは、アナログシミュレーションによって得られた結果である。揚水井付近の地下水位低下は、図11-Bの方が同図Aよりもわずかに大きい。それ以外の地域における地下水位低下量は、揚水試験によって得られた量とアナログシミュレーションによって得られた量とがよく対応している。

上清水における揚水試験の地下水位降下は、平面的アナログモデルを使用したアナログシミュレーションによって短期的にはきわめて良く再現できた。同様な方法でさらに長期間のシミュレーションが行なわれた。その結果を次に示す。

### 8. 栗生地域のシミュレーション

栗生地域は、前述の上清水地域と同様な滞水層構造を持ち、手取川に沿った地域である。従って、上清水地域で実施したシミュレーションを栗生地域にも適用できる。さらに、アナログモデルはより複雑な立体モデルを採用した。

栗生地域の滞水層を立体アナログモデルを用いて表現した。最初に短期間のシミュレーション



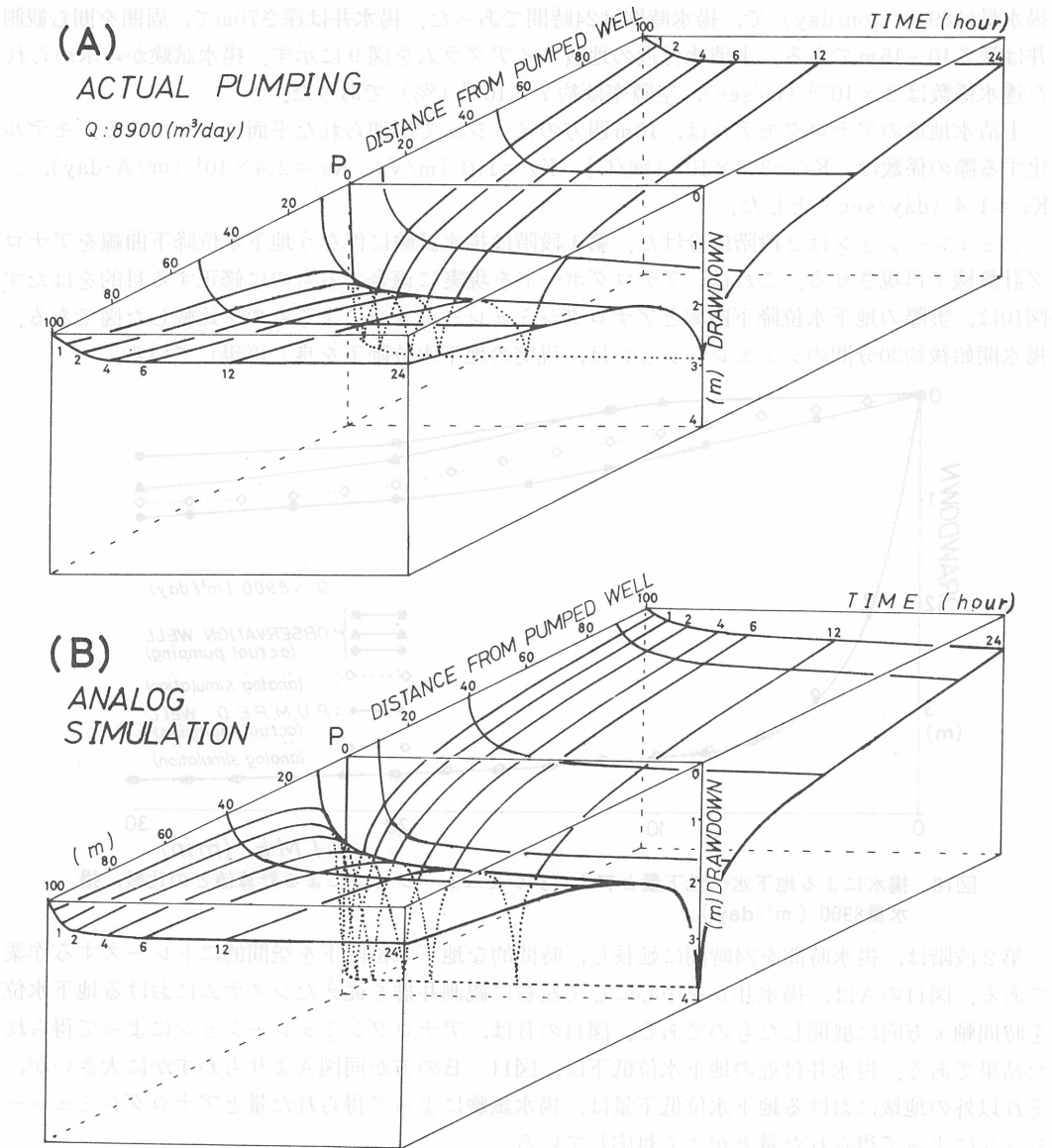


図11. 揚水による地下水位低下曲線とアナログシミュレーションによる地下水位低下曲線の比較, 揚水量 $8900 (m^3/day)$ , 24時間揚水の場合。

を実行してアナログモデルを修正し, その後に長期間のシミュレーションを実行する方針は, 上清水の場合と同様である。

栗生地域の試験井を図12に示す。試錐は, 揚水井2本を中心にしてT字形に観測井を配列してある。揚水井からの揚水量は $3500 \sim 3900 (m^3/day)$ , 揚水時間は1日につき10時間の揚水を数日間くりかえした。揚水井及び観測井のボーリング資料を図13に示す。これらのデータに周辺の資料を加えて作った調査地域周辺の地質ダイアグラムを図14に示す。

揚水試験や雨量-地下水位変動量から求められた栗生地域の滞水層の水利定数は次のようである。

第1滞水層: 透水係数  $2 \sim 4 \times 10^{-3} (m/sec)$  空隙率  $15 \sim 20 (\%)$

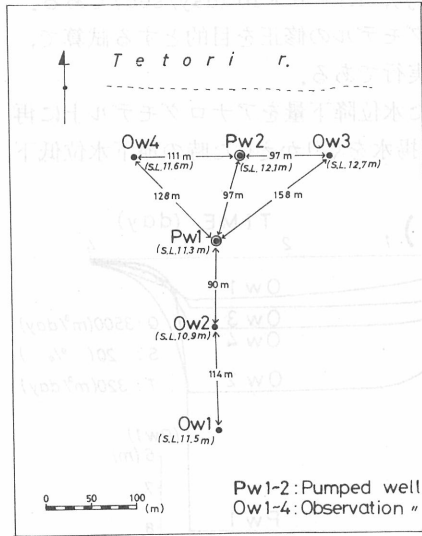


図12. 栗生地域調査井配置図。

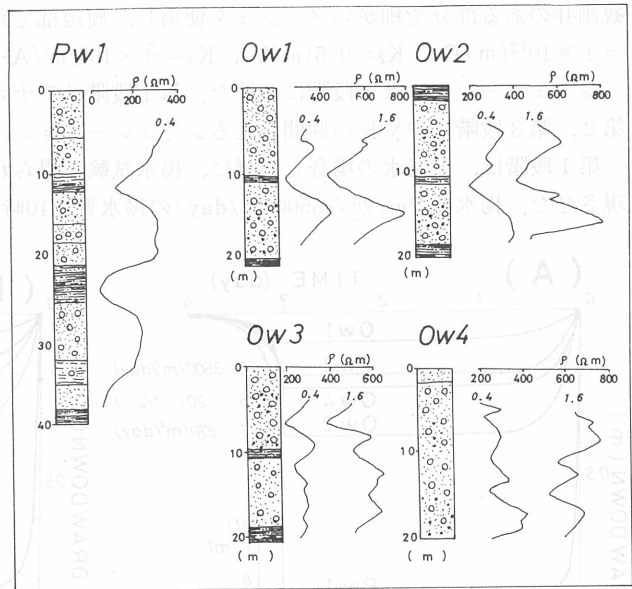


図13. ボーリング資料による栗生地域地質柱状図。

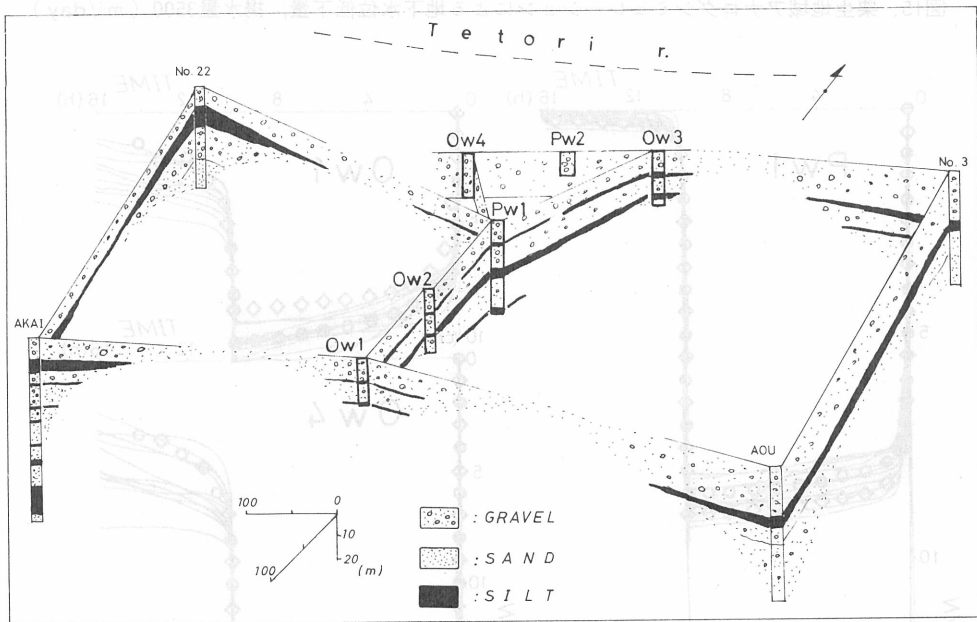


図14. 栗生地域地質ダイアグラム。

第2滞水層：透水係数を定量的につかみにくいため、第1滞水層の透水係数の約 $\frac{1}{2}$ にセットし、試算の段階で補正してゆく方針とした。空隙率は同様な方針で試算した後に約12%とした。

栗生地域のアナログモデルは、地下の構造を考慮して三層構造とした。すなわち、深さ20mの第1滞水層、深さ20~25m層準の不透層、深さ25~40mの第2滞水層である。調査地域を分割するメッシュのサイズは25m, 50m, 100m, 200m, そして400mの5種類を使用した。揚水井や

観測井のある部分で細かいメッシュを使用し、周辺部で荒くした。モデル化する際の係数は、 $K_1 = 1 \times 10^{12} (\text{m}^3/\text{C})$ ,  $K_2 = 0.5 (\text{m}/\text{V})$ ,  $K_3 = \frac{5}{3} \times 10^6 (\text{m}^2/\text{A} \cdot \text{day})$ ,  $K_4 = 6 \times 10^5 (\text{day}/\text{sec})$ である。

シミュレーションは3段階にわけた。第1段階はアナログモデルの修正を目的とする試算で、第2、第3段階はやや長い期間わたるシミュレーションの実行である。

第1段階は、上清水の場合と同様に、揚水試験で得られた水位降下量をアナログモデル上に再現させた。揚水井  $Pw_1$  から  $3500 (\text{m}^3/\text{day})$  の揚水量で10時間揚水をくりかえした時の地下水位低下

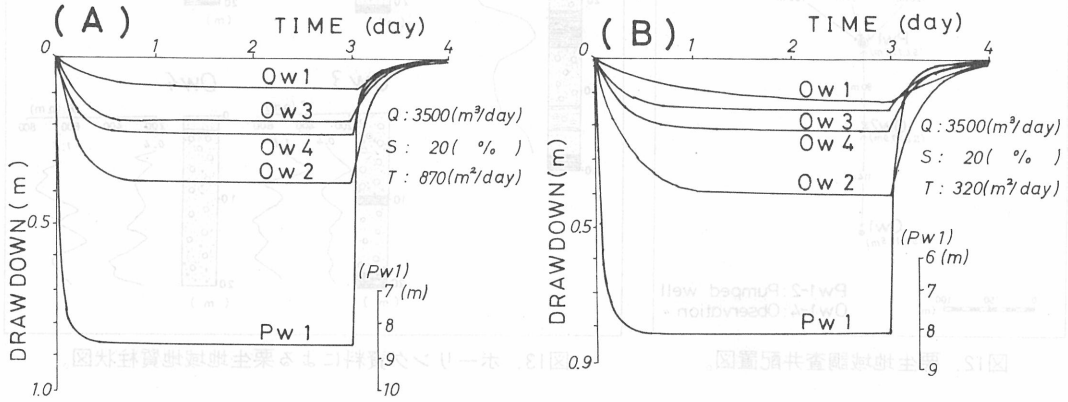


図15. 栗生地域アナログシミュレーションによる地下水位低下量，揚水量3500 (  $\text{m}^3/\text{day}$  )。

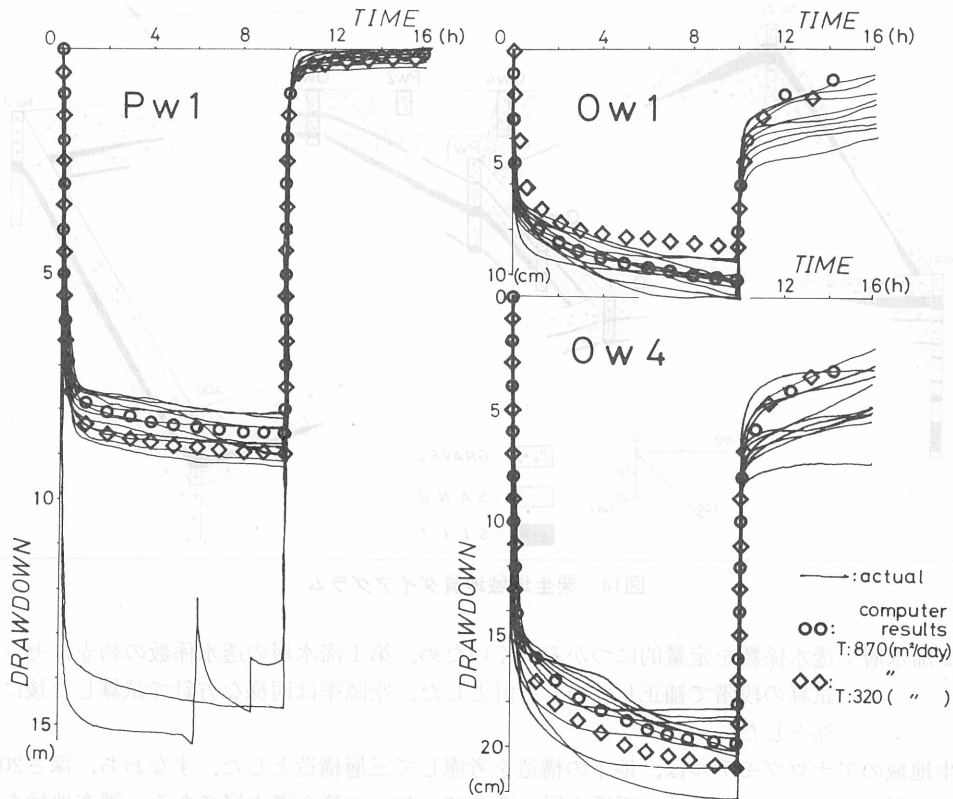


図16. 栗生地域の揚水による地下水位低下量とアナログシミュレーションによる値との比較， $Pw_1$  は揚水井， $Ow_1$  と  $Ow_4$  は観測井。

量は、最初の2日間で14~15mであったことを除くと、ほぼ8m前後であった。これをアナログシミュレーションで再現させると、第2滞水層の透水量係数を300~900 (m<sup>2</sup>/day) の範囲にした場合の試算値が実際の水位降下量と一致した。これを図15に示す。以下各観測井について同様に、調整されたアナログボードを使用したシミュレーションと実際の水位降下量との比較を図16に示す。このようにして、実際の水位降下量を再現するアナログモデルが作り上げられた。なお、手取川の水位と調査地域の地下水位から描かれた地下水位図とアナログモデル上の等電位図を比較することによって手取川をアナログモデル中に組み込んだ(図17参照)。

第2段階は、上記のように作り上げたアナログモデルを使用して、もう少し長い期間のシミュレーションを実行した。

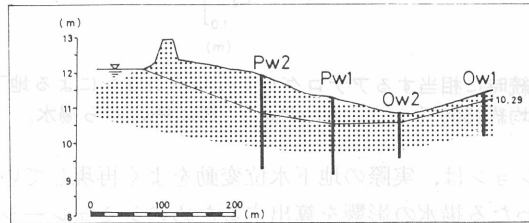


図17. 揚水試験時の地下水位面。

10時間揚水の後で翌朝まで揚水を停止すると、自然水位はほぼ元の状態にまで回復するが、完全に元の状態には回復しない。10時間揚水を2週間連続すると、自然水位の低下が徐々に蓄積された。Pw1 揚水井からの揚水により揚水井以外の自然水位は、10日間に18~26cm低下した。長期にわたる地下水位変動を調べる場合、この自然水位の低下が重要な意味をもつ(図18参照)。アナログシミュレーションの場合、揚水量を1日平均約1500m<sup>3</sup>として、1カ月間揚水を続けた結果を試算したところ、図19のようになった。アナログ解の場合、10日間の水位降下量は20~28cmとなり、ほぼ対応している。そして、Pw2 揚水井からの揚水の場合、揚水井以外の自然水位は3日間で10~15cm低下し、アナログ解では6~12cmとなり、これもほぼ対応している。従って、1カ月

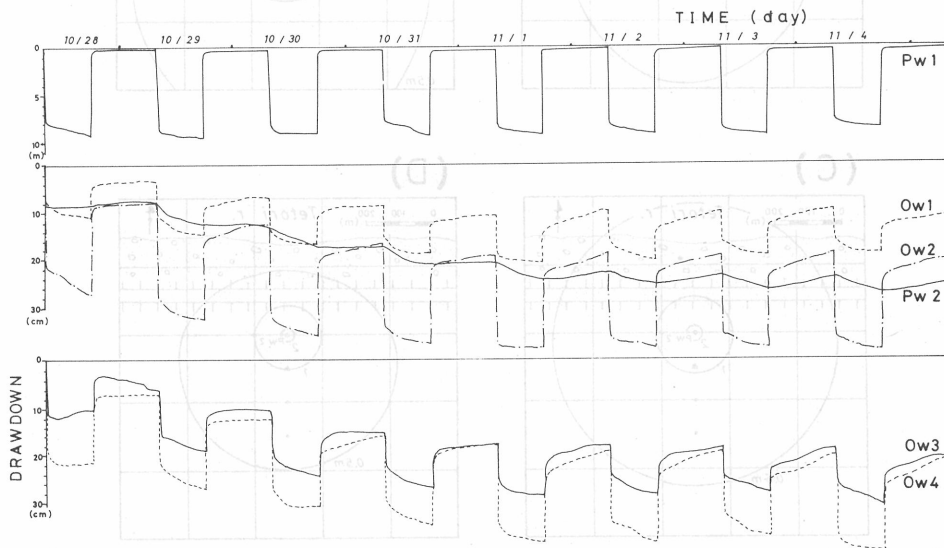


図18. 10時間揚水継続による地下水位低下量、揚水量は1日平均約1500 (m<sup>3</sup>)。

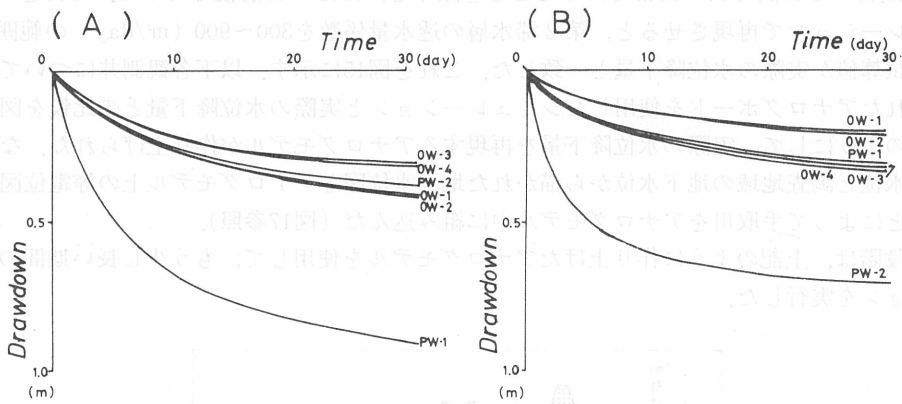


図19. 10時間揚水継続時に相当するアナログシミュレーションによる地下水位低下量，揚水量は1日平均約1500 (m<sup>3</sup>)，AはPw<sub>1</sub>，BはPw<sub>2</sub>から揚水。

間のアナログシミュレーションは，実際の地下水位変動をよく再現していると言える。

第3段階は，1年間にわたる揚水の影響を算出するためのシミュレーションである．この場合，次のような条件をつけた。

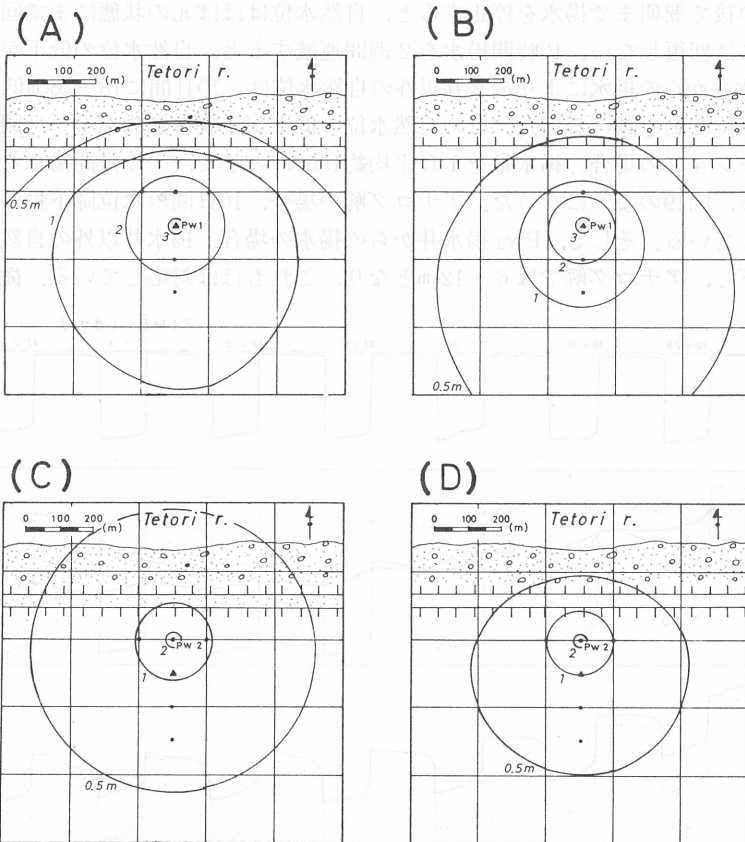


図20. 灌漑期5ヶ月間の地下水位低下量シミュレーション，揚水量5000 (m<sup>3</sup>/day)，A・BはPw<sub>1</sub>から揚水，C・DはPw<sub>2</sub>から揚水した場合，B・Dは手取川の存在を考慮。

- ① 滞水層の水利定数は前述のとおりとする。
- ② 揚水井は  $Pw_1$  と  $Pw_2$ 、揚水量は  $5000 \text{ (m}^3/\text{day)}$ 。
- ③ 1年間に灌漑期7カ月と非灌漑期5カ月に分ける。
- ④ 灌漑期には調査地域の水田に多量の用水が補給されるため、降量はあまり影響を及ぼさない。逆に非灌漑期には降雨を考慮しなければならない。従って、非灌漑期7カ月の試算については、雨量補正をほどこす。

灌漑期と非灌漑期の試算を図20、図21に示す。参考として、手取川の存在を無視した場合も図示する。

非灌漑期の雨量補正は次のようにした。すなわち、小松市と金沢市の降雨量データから各月における最小月平均降雨量を求める。

(昭和41~46年間のデータによると)

9月：4.27mm, 10月：3.58mm, 11月：6.13mm, 12月：7.69mm, 1月：4.35mm, 2月：5.21mm, 3月：3.29mm。

次に調査地域の付近でデータのある田子島での雨量-地下水位変化量を下の式に示す。

$$\text{水位変化量} : \Delta H = 0.2R \text{ (m)}, \quad R : \text{雨量 (cm)}$$

非灌漑期に雨量補正をほどこした場合の試算を図22に示す。図20の灌漑期5カ月と図22の雨量

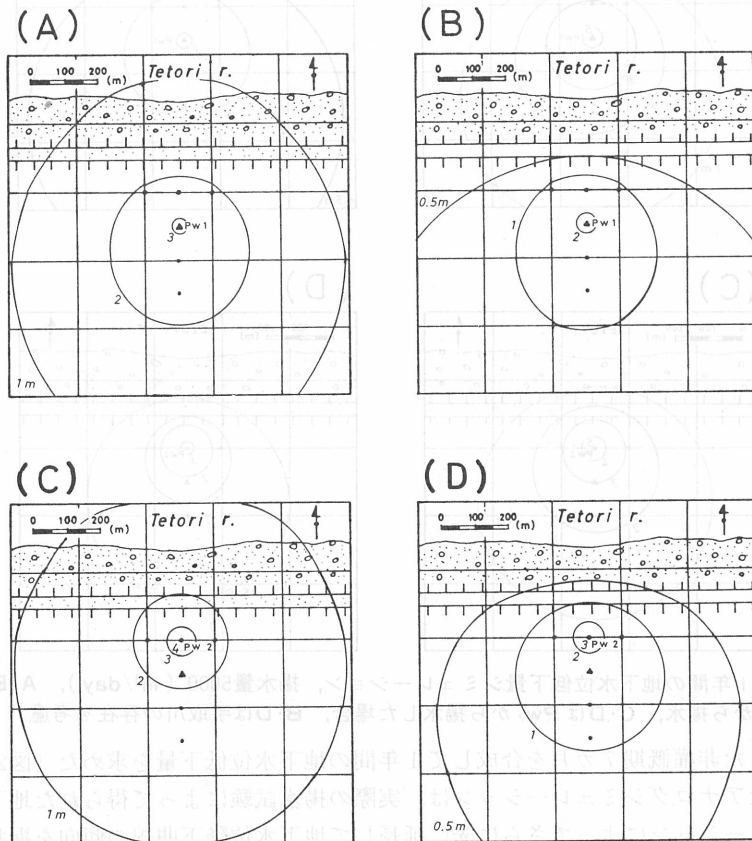


図21. 非灌漑期7ヶ月間の地下水位低下量シミュレーション, 揚水量  $5000 \text{ (m}^3/\text{day)}$ ,  
 A・Bは  $Pw_1$  から揚水, C・Dは  $Pw_2$  から揚水した場合, B・Dは手取川の存在を考慮。

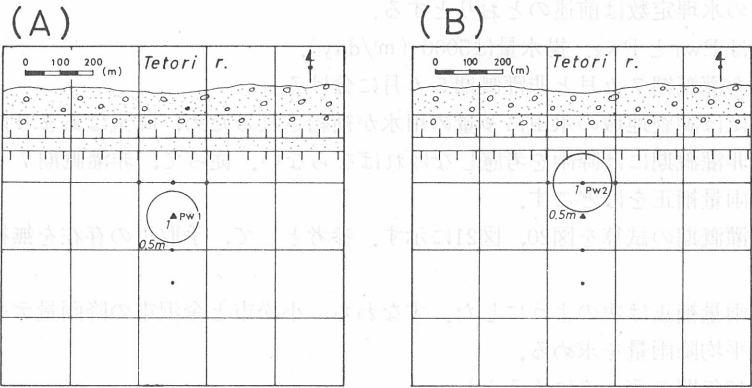


図22. 雨量補正をほどこした非灌漑期7ヶ月間の地下水位低下量，揚水量5000 (m<sup>3</sup>/day)，AはPw<sub>1</sub>，BはPw<sub>2</sub>から揚水した場合。

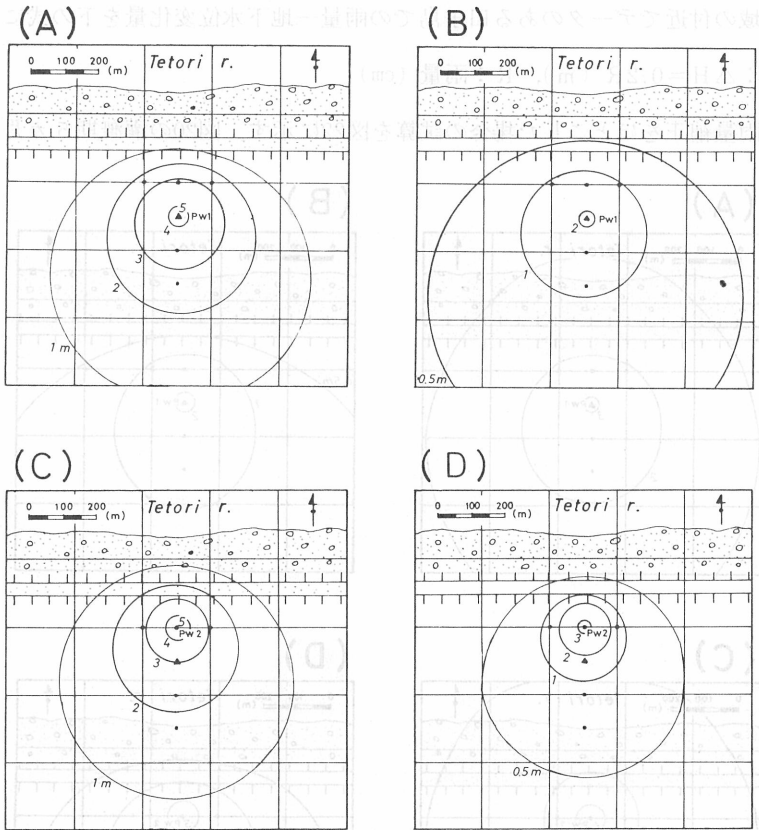


図23. 1年間の地下水位低下量シミュレーション，揚水量5000 (m<sup>3</sup>/day)，A・BはPw<sub>1</sub>から揚水，C・DはPw<sub>2</sub>から揚水した場合，B・Dは手取川の存在を考慮。

補正をほどこした非灌漑期7ヶ月を合成して1年間の地下水位低下量を求めた (図23参照)。

今まで示したアナログシミュレーションは，実際の揚水試験によって得られた地下水位降下曲線を，シミュレーションによってさらに先に延長して地下水位降下曲線の傾向を握む方針で試算された。この方法は，将来における誤差の拡大を防ぐ点において有効である。

## 8. ま と め

以上を要約して次のようなことが言える。

- ①アナログシミュレーションはデジタルシミュレーションによって置きかえられるが、境界条件設定の容易さら低コストである点に加えて視覚的にアナログ量を表示すること等の理由により、滞水層中の地下水や層状泉の解析には適している。
- ②手取川扇状地を例にしたアナログシミュレーションは、実際の地下水位変動をよく再現した。立体アナログモデルは、地下水の下位層からの湧き出しを考慮してモデル設計ができるので実際の地下水位変動を再現しやすい。揚水試験の時間—水位曲線とアナログモデルの曲線を一致させ、シミュレーションの時間を徐々に延長していく方法は実用的である。

データの一部は石川県の提供によるものである。筑波大学渡部景隆教授には多くの御教示をたまわった。記して感謝する。

## 参 考 文 献

- 1) Zee, C. H. et al (1955): Proc. Amer. Soc. Civil Engrs., vol. 81, 21 pp.
- 2) Horner, W. L. and Bruce, W. A. (1950): Amer. Petroleum Inst., New York, 195-203 pp.
- 3) Zdeněk Nenadál and Bohumil Mirtes (1968): Analog and hybrid computers, Iliffe Books Ltd., London, 614 pp.
- 4) Walton, W. C. (1970): Groundwater resource evaluation, McGraw-Hill Book Company, New York, 664 pp.
- 5) 渡部景隆 (1972): 石川県手取川扇状地の地下水・第1報, 石川県, 64頁.
- 6) 渡部景隆・山崎良雄 (1974): 水利科学, 第18巻, 4号, 1~25頁.
- 7) 渡部景隆・山崎良雄 (1974): 水利科学, 第18巻, 5号, 70~99頁.